

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2025

Proba E.c)

Matematică *M_mate-info*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $1. z - \frac{1}{z} = \frac{1+2i}{1-2i} - \frac{1-2i}{1+2i} = \frac{(1+2i)^2 - (1-2i)^2}{5}$ $\frac{(1+4i+4i^2) - (1-4i+4i^2)}{5} = \frac{8i}{5}$ $\left z - \frac{1}{z} \right = \left \frac{8i}{5} \right = \frac{8}{5} \in \mathbb{Q}$	2p 2p 1p
5p	2. $G_f \cap Oy \Rightarrow f(0) = 1 + \log_5 5 = 2 \Rightarrow A(0, 2)$ $G_f \cap Ox \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow 1 + \log_5 (2x+5) = 0 \Rightarrow \log_5 (2x+5) = \log_5 \left(\frac{1}{5} \right) \Rightarrow x = -\frac{12}{5} \Rightarrow B\left(-\frac{12}{5}, 0\right)$	2p 3p
5p	3. $\sqrt{x+1} = x-5$. După ridicare la pătrat obținem $x^2 - 11x + 24 = 0$ Soluția $x = 3$ nu convine, soluția $x = 8$ convine	2p 3p
5p	4. Cifra unităților se poate alege în 4 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $4 \cdot 4 = 16$ numere	2p 3p
5p	5. $m_{BH} = -\frac{2}{3}$; $m_{AC} = \frac{3}{2} \Rightarrow m_{BH} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow BH \perp AC$ $m_{CH} = 2$; $m_{AB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{CH} \cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow CH \perp AB$ $H(2;5)$ ortocentrul triunghiului ABC	2p 2p 1p
5p	6. $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}}{\sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8}} = \frac{2 \cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{8} \right)}{\sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{8} \right)} =$ $\frac{2 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} \right)}{\sin \left(\frac{\pi}{4} \right)} = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1. a) $A(1) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $A(2) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ $A(1) \cdot A(2) = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 4 & 8 & 13 \\ 2 & 9 & 14 \end{pmatrix}$	1p 4p
----	--	---------------------

5p	b) Sistemul are soluție unică $\Leftrightarrow \det(A(m)) \neq 0$	1p
	$A(m, -1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m^2 & 1 \\ 1 & m & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(m)) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ m+1 & 1 & m+2 \\ -1 & m+1 & m+1 \end{vmatrix} = -m^2 - m + 1$	2p
	$\det(A(m)) \neq 0 \Rightarrow -m^2 - m + 1 \neq 0 \Rightarrow m \in \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right\}$	2p
5p	c) $A(m), A^{-1}(m) \in M_3(\mathbf{Z}) \Rightarrow \det(A(m)) \in \{-1, 1\}$	3p
	$\det(A(m)) = -1 \Rightarrow -m^2 - m + 1 = -1 \Rightarrow m \in \{-2, 1\}$	2p
	$\det(A(m)) = 1 \Rightarrow -m^2 - m + 1 = 1 \Rightarrow m \in \{-1, 0\}$ $\Rightarrow m \in \{-2, -1, 0, 1\}$	
5p	2. a) $x * y = \frac{1}{10}xy - x - y + 10 + 10 = \frac{1}{10}x(y-10) - (y-10) + 10 =$	3p
	$= \frac{1}{10}(y-10)(x-10) + 10 = \frac{1}{10}(x-10)(y-10) + 10, \forall x, y \in \mathbf{R}$	2p
5p	b) $x * x = \frac{1}{10}(x-10)(x-10) + 10 = \frac{1}{10}(x-10)^2 + 10$	2p
	$\frac{1}{10}(x-10)^2 + 10 \leq 10 + \frac{1}{10} \Leftrightarrow (x-10)^2 \leq 1 \Rightarrow x \in [9; 11]$	3p
5p	c) $x * 10 = 10, \forall x \in \mathbf{R}; 10 * x = 10, \forall x \in \mathbf{R}$ "*" asociativă $(\log_2 1 * \log_2 2 * \dots * \log_2 1023) * 10 * (\log_2 1025 * \dots * \log_2 2025) =$ $= 10 * (\log_2 1025 * \dots * \log_2 2025) = 10$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

5p	1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \arctg \frac{x}{x+1} = \frac{\pi}{4} \in \mathbf{R}$	<i>Scoala in Papuci</i>	3p
	Deci, $y = \frac{\pi}{4}$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$		2p
5p	b) $f'(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)' = \frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$		2p
	$2x^2 + 2x + 1 > 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$		2p
	Funcția f este strict crescătoare pe $(-\infty; -1)$ și $(-1; +\infty)$		1p
5p	c) $f''(x) = \left(\frac{1}{2x^2 + 2x + 1}\right)' = \frac{-2(2x+1)}{(2x^2 + 2x + 1)^2}; x \neq -1$		2p
	$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$		1p

	$f''(x) > 0, \forall x \in (-\infty, -1) \Rightarrow f$ convexă; $f''(x) > 0, \forall x \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow f$ convexă $f''(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right) \Rightarrow f$ concavă; $f''\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ $x = -\frac{1}{2}$ punct de inflexiune al funcției f	2p
5p	2.a) $\int f(e^{x^2})dx = \int \frac{1 + \ln e^{1+x^2}}{\ln e^{1+x^2}} dx = \int \frac{2+x^2}{1+x^2} dx$ $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + 1\right) dx = \arctg x + x + C$	2p
	<i>Scoala in Papuci</i>	3p
5p	b) F derivabilă pe $(1; +\infty)$ și $F'(x) = f(x), \forall x \in (1; +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow e} \frac{F(x) - F(e)}{f(x) - 2} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow e} \frac{F'(x)}{f'(x)} =$ $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x)}{-\frac{1}{x \ln^2 x}} = -2e$	1p
		2p
		2p
5p	c) G derivabilă pe $(1; +\infty)$ și $G'(x) = f(x) - 1, \forall x \in (1; +\infty)$ $G'(x) = \frac{1}{\ln x} \forall x \in (1; +\infty)$. Cum $x > 1 \Rightarrow \ln x > 0 \Rightarrow G'(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ $\Rightarrow G$ este strict crescătoare pe $(1; +\infty)$ $\sqrt[3]{20} = \sqrt[6]{400}, 2\sqrt{2} = \sqrt{8} = \sqrt[6]{512} \Rightarrow \sqrt[6]{400} < \sqrt[6]{512}$ $\Rightarrow G(\sqrt[3]{20}) < G(2\sqrt{2})$	2p
		1p
		2p